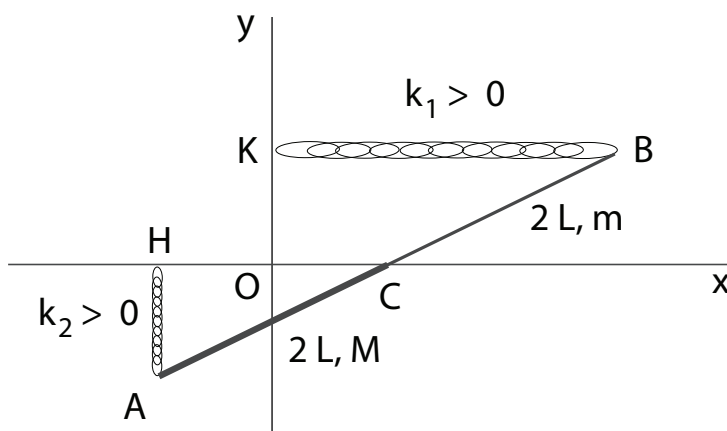


1. Un'asta non omogenea  $AB$  di lunghezza  $4L$  si muove nel piano verticale  $O(x, y)$ . Il punto medio  $C$  è libero di scorrere senza attrito sull'asse  $x$  e l'asta è libera di ruotare attorno a  $C$ . La metà  $AC$  ha massa  $M$  e la metà  $CB$  ha massa  $m$ . Oltre alla forza di gravità, sull'asta agiscono due molle: una molla  $BK$  di costante elastica  $k_1 > 0$  ed una molla  $AH$  di costante elastica  $k_2 > 0$ , e dove  $K$  è la proiezione ortogonale dell'estremo  $B$  sull'asse  $y$  ed  $H$  è la proiezione ortogonale dell'estremo  $A$  sull'asse  $x$  (quindi  $K$  ed  $H$  sono mobili). Dopo aver determinato il numero di gradi di libertà e scelto le coordinate lagrangiane,
- determinare le configurazioni di equilibrio per valori generici dei parametri;
  - scrivere le configurazioni di equilibrio e studiarne la stabilità nel caso  $m = M/2$  e  $Mg = 4k_2L$ .



(Per gli studenti di Fisica Matematica: determinare le configurazioni di equilibrio usando le equazioni cardinali della statica).

2. Scrivere le equazioni di Lagrange per il sistema dell'esercizio precedente, supponendo che sull'estremo  $B$  agisca una forza viscosa di costante  $\lambda$ .

(Per gli studenti di Fisica Matematica: scrivere le equazioni del moto usando le equazioni cardinali della dinamica, senza forze viscosi).

3. Una gogna è costituita schematicamente da una lamina piana rettangolare non omogenea  $ABCD$ , di lati  $AB = a$  e  $AD = 2b$  e massa  $M$ , privata del semicerchio di diametro  $RS = a/2$ , il cui centro  $Q$  coincide con il punto medio di  $AB$  (vedi figura). Siano  $H$  e  $K$  i punti medi dei lati  $AD$  e  $BC$ ,  $m$  la massa della parte  $ABHK$  (privata del foro) ed  $M - m$  la massa della parte  $HKCD$ .

Calcolare la matrice d'inerzia della lamina rispetto alla terna  $O(x, y, z)$  mostrata in figura. Calcolare quindi le direzioni principali d'inerzia con l'origine in  $O$ . Per quale valore del rapporto  $b/a$  gli assi principali formano un angolo di  $\pi/4$  con quelli di partenza?

